Reinhard O. Neubauer

Berechnungsfehler am Computer – Darstellung am Beispiel des jährlichen Heizwärmebedarfs gemäß DIN EN 832

Kommerzielle Computerprogramme, insbesondere Tabellenkalkulationsprogramme werden häufig bei Berechnungen großer Datenmengen eingesetzt. Dabei bleiben oftmals unbewußt kleine Rundungsfehler unbedacht, die aber bei bestimmten Rechenoperationen merkliche Differenzen im Ergebnis verursachen können. Obwohl dieses Problem seit langem bekannt ist, können die marktführenden Tabellenkalkulationsprogramme diese Rundungsprobleme nicht sicher umgehen. An einer Beispielberechnung wird dieser Sachverhalt verdeutlicht. Für eines der gängigsten Kalkulationsprogramme wird eine Alternativlösung dargestellt.

Calculation errors on a Computer-Demonstration on an example of the heating energy consumption according to DIN EN 832. *Commercial computer software, especially spread sheet software is often used to compute large data. Thereby, small truncation errors are frequently not considered but can cause substantial result differences. Although, this problem is well known it is not handled safely by most of the leading spread sheets. An example of computation results demonstrates the fact. An alternative solution is given for a popular spread sheet.*

1 Einleitung und Sachverhalt

Computerprogramme, die zur Berechnung umfangreicher Datenbestände dienen, sind heutzutage in keinem Büro mehr wegzudenken. Trotzdem sind nahezu alle Kalkulationsprogramme mit Fehlern behaftet. Die automatisch durchgeführten Berechnungen durch den PC, so denkt manch unbedachter Anwender, sind „sicher richtig", zumal die eingegebenen Daten oftmals sehr genau bestimmt wurden. Daß dies nicht der Fall ist (und auch nicht sein kann), zeigt nachstehendes Beispiel. Obwohl mathematisch gesehen die Berechnungsergebnisse erklärbar und richtig sind, sieht der praktische Anwender, der einfach nur zuverlässige Ergebnisse will ohne sich über mathematische Feinheiten den Kopf zerbrechen zu müssen, diese Fehler teilweise kritischer. Ersten ist es nicht einzusehen, daß bei dem theoretischen Aufwand der Berechnungsgrundlagen und der entsprechenden Berechnungsvorschriften die erzielten Ergebnisse durch „Rechenfehler" verfälscht werden. Zweitens ist das o.g. Rundungsproblem von Rechenmaschinen seit langem bekannt und hätte von den Standard-Softwarefirmen längst abgefangen werden können. Es erscheint auch nicht sinnvoll und praktikabel, bei jeder Eingabe am PC über Bits und Bytes nachdenken zu müssen, ob mit den eingegebenen Daten evtl. ein „falsches" Ergebnis erzielt wird und in welcher Größenordnung dieser Fehler auftritt.

Dipl.-Ing. (FH) M.Sc. Reinhard O. Neubauer, Ingenieurbüro, Theresienstraße 28, 85049 Ingolstadt.
1988 Diplom im Studiengang Bauphysik an der Fachhochschule für Technik, Stuttgart. 1991 M.Sc. Noise and Vibration an der Universität Southampton. Tätigkeit in einem Ingenieurbüro für Bauphysik. Seit Juli 1994 selbständig als Beratender Ingenieur für Bauphysik und Akustik in Ingolstadt.

Es ist seit längerem bekannt, daß bei gleichen Datensätzen, jedoch unterschiedlicher Datenanwender oder unterschiedlicher Kalkulationsprogramme bzw. Rechenanlagen, bisweilen sehr unterschiedliche Ergebnisse erzielt werden. Dies bestätigen auch die schon während der diesjährigen DAGA-Tagung in Saarbrücken diskutierten Probleme von Software-Anwendungen im Bereich der Akustik [1].

Anhand des vorgestellten Berechnungsbeispiels soll gezeigt werden, daß nicht nur auf dem Gebiet der Akustik solche Probleme bestehen, vielmehr muß bei jedem PC-Anwender, der mit einem Computerprogramm arbeitet, ein erhöhtes „Problembewußtsein" bei der Beurteilung der erhaltenen Rechenergebnisse geweckt werden.

Das hier vorgestellte Problem ist nicht, wie vielleicht vermutet, das „Pentium-Problem", sondern ein allgemeines. Denn einige weitverbreitete Standard Tabellenkalkulationsprogramme, wie zum Beispiel Excel, Quatro-Pro oder Lotus 1-2-3, haben bekanntlich alle die gleichen Rechenprobleme. Damit wird zumindest für wissenschaftliche Berechnungen der Einsatz solcher Software schwierig, wenn nicht sogar fraglich. Aber auch für die Praxisanwendung, wie dies nachstehend beispielhaft gezeigt werden soll, können sich erhebliche Fehler „einschleichen".

2 Beispielberechnung

Als exemplarisches Beispiel soll eine Berechnung gemäß DIN EN 832 [2] durchgeführt werden. Das wärmetechnische Verhalten von Gebäuden, welches anhand der DIN EN 832 ermittelt werden kann, stellt eine sehr komplexe Aufgabe dar, die mit einem Tabellenkalkulationsprogramm bequem durchgeführt werden kann. Aufgrund der umfangreichen Datenmenge werden diese in eine Art Eingabemaske zur Berechnung in den Computer eingegeben, welcher dann automatisch die Berechnungen ausführt. Im nachstehenden werden die Ergebnisse in tabellarischer Form wiedergegeben und diskutiert. Als 1. Beispiel werden Ergebnisse gezeigt, die man erhält, wenn das Tabellenkalkulationsprogramm sozusagen selbständig die Berechnungsgenauigkeit vornimmt. Als 2. Beispiel werden die Ergebnisse gezeigt, die mit den selben Ausgangsdaten berechnet wurden, wobei aber vom Anwender eine definierte „Genauigkeit" vorgegeben wurde, d.h. an welcher Nachkommastelle gerundet werden soll.

3 Diskussion

Bei dem Vergleich der obigen Tabelleninhalte fällt sofort das unterschiedliche Gesamtergebnis auf. Bei Betrachtung der einzelnen Ergebniszellen (Heizwärmebedarf je Monat) erkennt man, daß in der Tabelle 1 im August/September kein Heizwärmebedarf und in der 2. Tabelle sehr wohl ein, wenn auch geringerer, Heizwärmebedarf anfällt.

Das erhaltene Endergebnis differiert um ca. 80 kWh. Dies entspricht nach der neuen Wärmeschutzverordnung z.B. für

© Ernst & Sohn

ein Haus mit etwa V = 500 m³ und einer lichten Raumhöhe von h ≤ 2,60 m, ca. 2 % der nutzbaren internen Wärmegewinne [3]. Die Frage, wie diese Differenz zustande kommt, kann nachstehend einfach beantwortet werden. Die in Tabelle 1 dargestellten Ergebnisse wurden mit der PC-internen Zahlendarstellung und die in Tabelle 2 mit der im Datenblatt dargestellten Genauigkeit berechnet. Werden in der obigen Berechnung z.B. nur die Zellen der Ergebnistabelle im Datenblatt des Berechnungsprogramms formatiert, d.h. mit der Genauigkeit wie dargestellt berechnet, ergibt sich eine Differenz des jährlichen Heizwärmebedarfs zu den Ergebnissen in Tabelle 1 von ca. 83 kWh. Es handelt sich hierbei offensichtlich um einen Rundungsfehler. Dieser Rundungsfehler, der wie oben erwähnt bei allen gängigen Kalkulationsprogrammen auftritt, ist seit langem bekannt. Gravierend zeigt sich an diesem Beispiel vor allem, daß die Folgeberechnungen, die sich auf die „falschen" Zwischenergebnisse im 1. Rechenbeispiel beziehen, demzufolge auch andere Endergebnisse liefern. Dieser bekannte Fehler tritt aber nicht nur in Tabellenkalkulationsprogrammen auf, sondern z.B. auch unter Qbasic.

Es stellt sich nun sofort die Frage, wie kann im Nachhinein überprüft werden, mit welcher Genauigkeit die Berechnungsergebnisse erzielt und dargestellt wurden. Das dies mit einfachen Mitteln eher zeitintensiv, wenn nicht sogar unmöglich ist, leuchtet sofort ein. Denn bei umfangreichen Berechnungen kann eine fehlerhafte Rundung bzw. deren Einfluß auf das Ergebnis schwer abgeschätzt werden. Der Unterschied mag bei 0,1 % oder 10 % liegen. Ein Unterschied der evtl. immense Folgen nach sich ziehen könnte. Zur Kontrolle müßte die gesamte Datenmenge neu berechnet und verglichen werden. Dies ist aber für die Praxis untauglich. Wird nämlich zum Beispiel ein Nachweis des jährlichen Heizwärmebedarfs erstellt, wird üblicherweise

Tabelle 1. Berechnung des Heizwärmebedarfs gem. DIN EN 832 für ein Gebäude ohne Genauigkeitsangabe am PC für die Nachkommastellen.

Heizwärmebedarf des Gebäudes								
Monat	Anzahl	monatliche Außentemp.	Wärmeverluste QI (kWh)		Wärmegewinne Qg (kWh)		Nutzungsgrad	Heizwärmebedarf
	Tage N_t	$T_{a,m}$ (°C)	Transm. Q_t	Lüftung Q_v	solare Q_s	interne Q_i	η (-)	Q_h (kWh)
Januar	31	- 1,3	11 716,2	3 974,9	3 252,9	1 854,6	1,0	10 583,49
Februar	28	0,6	9 638,4	3 270,0	3 567,4	1 675,1	1,0	7 665,79
März	31	4,0	8 800,9	2 985,8	5 404,5	1 854,6	1,0	4 527,54
April	30	9,5	5 589,3	1 896,2	9 808,4	1 794,8	0,65	0,00
Mai	31	12,9	3 905,4	1 325,0	10 039,7	1 854,6	0,44	0,00
Juni	30	15,7	2 288,9	776,6	11 046,9	1 794,8	0,24	0,00
Juli	31	18,0	1 100,1	373,2	11 773,7	1 854,6	0,11	0,00
August	31	18,3	935,1	317,2	9 094,4	1 854,6	0,11	0,00
September	30	14,4	2 980,9	1 011,3	7 831,5	1 794,8	0,41	0,00
Oktober	31	9,1	5 995,6	2 034,1	5 376,5	1 854,6	1,00	810,88
November	30	4,7	8 144,4	2 763,1	3 227,0	1 794,8	1,00	5 885,69
Dezember	31	1,3	10 286,0	3 489,7	1 969,6	1 854,6	1,00	9 951,54
					jährlicher Heizwärmebedarf des Gebäudes Qh (kWh):			**39 424,92**

Tabelle 2. Berechnung obiger Projektdaten mit definierter Darstellung der Nachkommastelle

Heizwärmebedarf des Gebäudes								
Monat	Anzahl	monatliche Außentemp.	Wärmeverluste QI (kWh)		Wärmegewinne Qg (kWh)		Nutzungsgrad	Heizwärmebedarf
	Tage N_t	$T_{a,m}$ (°C)	Transm. Q_t	Lüftung Q_v	solare Q_s	interne Q_i	η (-)	Q_h (kWh)
Januar	31,00	- 1,30	11 716,47	3 974,95	3 253,20	1 854,62	1,00	10 583,60
Februar	28,00	0,60	9 638,63	3 270,02	3 567,71	1 675,14	1,00	7 665,80
März	31,00	4,00	8 801,10	2 985,88	5 405,09	1 854,62	1,00	4 527,27
April	30,00	9,50	5 589,41	1 896,27	9 809,45	1 794,79	0,65	0,00
Mai	31,00	12,90	3 905,49	1 324,98	10 040,76	1 854,62	0,44	0,00
Juni	30,00	15,70	2 289,00	776,57	11 048,11	1 794,79	0,24	0,00
Juli	31,00	18,00	1 100,14	373,24	11 774,90	1 854,62	0,11	0,00
August	31,00	18,30	935,12	317,25	9 095,41	1 854,62	0,11	47,87
September	30,00	14,40	2 981,02	1 011,35	7 832,29	1 794,79	0,41	45,27
Oktober	31,00	9,10	5 995,75	2 034,13	5 376,94	1 854,62	1,00	798,32
November	30,00	4,70	8 144,57	2 763,14	3 227,34	1 794,79	1,00	5 885,58
Dezember	31,00	1,30	10 286,29	3 489,75	1 969,75	1 854,62	1,00	9 951,67
					jährlicher Heizwärmebedarf des Gebäudes Qh (kWh):			**39 505,38**

z.B. von der Baubehörde oder dem Prüfingenieur keine vollständige Berechnungskontrolle durchgeführt und selten werden von den nachweisführenden Büros die erforderlichen Datenbestände mit dem Nachweis übergeben. Man verläßt sich sozusagen auf den „Sachverstand" des jeweiligen Berechnungsausführenden. Eine Entscheidung, wie z.B. „gut" oder „schlecht", hängt ggf. allein von der Problemsensibilität des PC-Anwenders ab.

Eine „Anleitung" oder ein Regelwerk, das aufzeigen könnte, mit welcher Genauigkeit ein Rechenprogramm zu „arbeiten" hätte, um damit evtl. die Ergebnisse besser vergleichen zu können, gibt es derzeit nicht. Damit ist unvermeidlich eine gewisse Fehlerbreite vorgegeben.

In diesem Zusammenhang macht es wenig Sinn, akribisch projektbezogen Daten zu erarbeiten und anschließend unbedacht von einem Computer berechnen zu lassen. Es stellt sich damit die Forderung nach einer Qualitätskontrolle der „rechnenden" Angestellten.

4 Fehlerursache und dessen Vermeidung

Die Ursache der fehlerfreien und dennoch im Ergebnis falschen Berechnung ist die unvermeidliche Ungenauigkeit bei der Umwandlung von Dezimalzahlen in Binärzahlen, mit denen der Computer intern rechnen muß. Das grundsätzliche Problem besteht nun darin, daß die meisten Zahlen mit Nachkommastellen (irrationale Zahlen) keine exakte Entsprechung im binären Zahlensystem haben. Bei diesen Näherungswerten kommt es deshalb immer zu Ungenauigkeiten im Rechenergebnis. An welcher Nachkommastelle eine dezimale Fließkommazahl bei der Übersetzung in das Binärsystem vom Computer auf- oder abgerundet wird, hängt von der verwendeten Software ab. Ist sich aber der Anwender über das Zustandekommen solcher Rundungsfehler nicht bewußt, erscheint es höchst wahrscheinlich, daß diese bei einer einfachen Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse übersehen werden.

Nachstehend wird auf das Rundungsproblem nochmals genauer eingegangen. Wird z.B. im Spreadsheet (im Bildschirm dargestelltes Tabellenblatt) des jeweiligen Tabellenkalkulationsprogramms die Zahlendarstellung auf z.B. 4 Nachkommastellen eingestellt und eine Subtraktion von zwei Zahlen durchgeführt und anschließend eine Ganzzahldarstellung vorgenommen, kann ein Rundungsfehler in der 16. Nachkommastelle einen Fehler von 100 % erzeugen (z.B.: 10,04 – 10,02 = 0,0200 Darstellung, PC intern wird aber mit 0,0199999999999996 gerechnet – erst bei 16 Nachkommastellen erkennbar (!), bei einer anschließenden Multiplikation mit z.B. 100 ergibt sich dann 1,99999999999996 – erst bei 14 Nachkommastellen erkennbar, so daß die Ganzzahlenfunktion mathematisch richtig 1 statt 2 als Ergebnis liefert). Der Rundungsfehler tritt übrigens auch schon bei nur 1 Nachkommastelle auf (z.B. in Excel: Summe von 14 mal 1,1 – 15,4 = – 3,55271E-15 (!), korrekt wäre 0. Die anschließende Ganzzahlendeklarierung liefert – 1,0 (!)).

Generell vermeiden kann man diesen „Fehler" kaum, der „Rechenfehler" erweist sich weitgehend als systemunabhängig. Einige Software-Produkte umgehen bereits dieses Problem der „undefinierten" Rundung wie z.B. Framework IV und insbesondere spezielle kaufmännische Programmiersprachen wie z.B. Cobol oder PL/1. Die gängigen und marktbeherrschenden Kalkulationsprogramme haben den Rundungsfehler aber bisher erfolgreich ignoriert. Oftmals kann dennoch mit den leicht abweichenden Werten der Zwischenergebnisse (ob bemerkt oder unbemerkt) problemlos weitergerechnet werden. Ungesichert sind jedoch immer Rundungsfunktionen und Multiplikationen mit Fließkommazahlen (außer bei den Nachkommazahlen 0,125, 0,50, und deren Vielfachen) sowie besonders Berechnungsergebnisse bei logischen Auswertungen.

Um den Fehler als Anwender zu umgehen, gibt es eine Anzahl von Möglichkeiten, die jedoch ein hohes Maß an Problembewußtsein voraussetzen. Als sehr effektiv und einfach erweist sich z.B. die in Excel vorhandene Option: „Genauigkeit wie angezeigt" [4]. Mit dieser Methode wird mit genau den Werten die Berechnung durchgeführt, die in einer Zelle zu sehen sind. Damit wird eine definierte Rundung erzwungen und die Fehlerspanne abschätzbar. Dies hat jedoch den Nachteil, daß bei einem hohen Genauigkeitsanspruch und einer großen Anzahl von Dezimalbruchberechnungen jede Spreadsheet-Zelle mit der gewünschten Nachkommastelle formatiert werden muß. Im Hinblick auf eine „kalkulierbare" Genauigkeit stellt diese Lösung aber sicher eine vertretbare Alternative dar. Zumal häufig eine Berechnungsgenauigkeit in der Praxisanwendung von drei oder vier Nachkommastellen ausreichend erscheint und die Formatierung der Zellen bequem und schnell vorzunehmen ist.

5 Zusammenfassung

Anhand eines Berechnungsbeispieles des jährlichen Heizwärmebedarfs eines Wohngebäudes nach DIN EN 832 wurde gezeigt, daß eine sorgfältige projektbezogene Datenermittlung nicht ausreichend ist, um den berechneten Ergebnissen „blind" zu vertrauen. In der Praxis stellt sich immer wieder das Problem, daß Berechnungsdaten von PC-Anwendern „unbedacht" in den jeweiligen Programmen eingegeben werden und den daraus berechneten Ergebnissen vertraut wird. Eine einfache Plausibilitätsprüfung eignet sich dabei nicht zur Kontrolle der Rechenergebnisse. Von Programmanwendern muß deshalb ein hohes Maß an Problembewußtsein gefordert werden. Eine generelle Regelung wäre wünschenswert, die eine mögliche Abschätzung der Fehlerspannweite bzw. eine Fehlerbetrachtung ermöglicht. Zukünftig sollte eine erhöhte Qualitätskontrolle bei „rechnenden" Angestellten angestrebt werden.

Literatur:

[1] *Hohenwarter D., Talasch, W.*: Schallausbreitung zwischen Wohnhäusern: Vergleich verschiedener Modelle. DAGA: Kurzvorträge und Kurzreferate, Saarbrücken 1995.
[2] DIN EN 832 (Entwurf Dez. 1992): Wärmetechnisches Verhalten von Gebäuden; Beuth Verlag GmbH, Berlin
[3] Verordnung über einen energiesparenden Wärmeschutz bei Gebäuden. (Wärmeschutzverordnung – Wärmeschutz V), gültig ab 01.01.1995
[4] Microsoft Excel® Benutzerhandbuch, Vers. 5.0